

Сабырханова П. Ш.¹, *Есингельдинов Б.Т.², Айдосова А.Е.³, Аширбаев Н.К.⁴

^{1,4} НАО «Южно-Казахстанский университет им. М. Ауэзова»

² АО «Национальный центр повышения квалификации «Өрлеу»

³ Филиал АО «Национальный центр повышения квалификации «Өрлеу» «Институт профессионального развития по Туркестанской области»

^{1,4} Казахстан, Шымкент

^{2,3} Казахстан, Туркестан

¹ ORCID 0000-0003-2743-0513

² ORCID 0000-0003-1886-5953

³ ORCID 0009-0009-3307-3146

⁴ ORCID 0000-0001-8566-097X

* yessingeldinov_b@orleu-edu.kz

ОБУЧЕНИЕ НАЧАЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА: ВЗГЛЯД ПЕДАГОГОВ И ОБУЧАЮЩИХСЯ

Аннотация

В статье проанализированы основные трудности, с которыми сталкиваются педагоги и обучающиеся при преподавании и изучении начал математического анализа в школьной практике. Исследование проведено среди учителей математики и старшеклассников, изучающих начала математического анализа. Авторами выявлены темы, вызывающие наибольшие затруднения у обучающихся: решение дифференциальных уравнений, интегрирование, а также абстрактные понятия, такие как предел и производная. Показано, что обучающиеся испытывают трудности в понимании теоретических основ и применении понятий на практике, особенно при недостаточной визуализации и связи с реальными задачами. Взгляд педагогов позволил дополнительно выявить методические барьеры, включая нехватку времени, ограниченность современных дидактических ресурсов, слабую предварительную подготовку учащихся и разрыв между вузовской подготовкой и школьной реальностью. Проанализировано влияние таких факторов, как стаж, уровень образования и квалификационная категория учителей математики, на восприятие и интерпретацию педагогических трудностей. Сделаны выводы о необходимости обновления содержания вузовских курсов, усиления практико-ориентированного подхода и системной поддержки молодых педагогов. Полученные данные могут быть использованы в разработке методических рекомендаций, а также при проектировании образовательных программ курсов повышения квалификации.

Ключевые слова: математический анализ, подготовка будущих учителей математики, обучение началам анализа, трудности преподавания, цифровые технологии, предел, производная, интеграл.

Введение. Математический анализ занимает ключевое место в школьном и вузовском курсах математики, служа основой для последующего освоения понятий высшей математики, физики и других смежных дисциплин. Начала математического анализа – предел, производная, интеграл и их приложения – традиционно рассматриваются как одни из наиболее трудных тем школьной программы [1, 2]. Их преподавание требует от учителя не только глубокого понимания предмета, но и способности представить абстрактные идеи в доступной и содержательной форме.

Актуальность настоящего исследования обусловлена двумя взаимосвязанными проблемами. Во-первых, студенты и школьники демонстрируют затруднения в усвоении концептуального содержания математического анализа, особенно при переходе от интуитивного к формальному мышлению [3, 4]. Во-вторых, подготовка будущих учителей математики нередко недостаточно ориентирована на методические аспекты преподавания этих тем, что снижает эффективность их работы в старших классах [5].

Сложности в обучении математического анализа могут быть связаны с так называемыми когнитивными барьерами – когда учащиеся, полагаясь на житейские представления, формируют неполные или искажённые образы понятий, таких как «предел» или «бесконечность» [6]. Эти трудности особенно ярко проявляются в переходный период – между школьным курсом и первым годом вуза [7]. На этом фоне особое значение приобретает подготовка учителя, способного не только объяснять алгоритмы решения задач, но и формировать у учеников устойчивое концептуальное понимание.

Цель статьи – выявить и проанализировать основные трудности, с которыми сталкиваются обучающиеся и педагоги при обучении и преподавании начал математического анализа, а также определить направления совершенствования подготовки будущих учителей математики. Эмпирическую базу составили данные анкетирования обучающихся и учителей математики.

Обзор литературы. Проблема трудностей в изучении начал математического анализа остаётся актуальной как для школьников, так и для будущих учителей математики. Студенты часто сталкиваются с непониманием концепта предела, производной и интеграла из-за того, что в старшей школе акцент делается на формальном решении задач, а не на концептуальном осмыслении. Отмечается, что даже способные ученики запоминают правила механически, не понимая глубинного смысла понятий, особенно при переходе к изучению производных сложных функций и интегралов. Также трудности описаны в работе Bressoud (1981), где вводится понятие «образа понятия» (concept image), противопоставляемое строгому «определению понятия» (concept definition). Это расхождение между интуитивными представлениями и формальными определениями особенно остро проявляется в преподавании дифференциального и интегрального исчисления, вызывая стойкие заблуждения у обучающихся [1, с. 2].

Существует недостаточная преемственность между курсами математического анализа в школе и вузе, поскольку цели, методы и уровни абстракции в обучении на этих этапах значительно различаются [8]. В школах преподавание зачастую избыточно алгебраизировано и направлено на натаскивание к экзаменам, в то время как вузовский курс требует абстрактного и формального подхода. В результате студенты, поступившие на педагогические специальности, не имеют целостного представления о значении математического анализа как дисциплины и испытывают трудности как в обучении, так и в последующем преподавании. Исследования подчёркивают, что успешное освоение дисциплины в университете во многом зависит от качества подготовки, полученной в старших классах, а также от согласованности целей, содержания и методов обучения на разных уровнях образования. Недостаточная преемственность приводит к фрагментарному пониманию понятий и формированию формального, неосознанного подхода к решению задач. В этой связи важным направлением в подготовке будущих учителей становится формирование у них способности выстраивать логически связанное преподавание математического анализа, опирающееся на уже сформированные у школьников представления и навыки [8, с. 264]. Кроме того, важно развивать у студентов исследовательские умения в процессе обучения математическому анализу [9]. Это требует не только предметной, но и методической рефлексии преподавателей, способных адаптировать содержание математического анализа к уровню восприятия учащихся и обеспечить дидактическое единство школьного и вузовского курсов.

В исследовании Ж.М. Нурмухамедовой (2016) подчёркивается значимость формирования методической системы, ориентированной не только на освоение содержания, но и на развитие педагогических компетенций. Автор предлагает структурно-функциональную модель подготовки, включающую когнитивные, методические и практико-ориентированные компоненты, в частности — освоение разных типов задач, построение межтемных связей и работу с визуализацией понятий. Подчёркивается необходимость формирования профессиональной рефлексии у будущих учителей и дифференцированного подхода при обучении различным категориям учащихся [10].

А. Абылкасымова и др. (2016) поднимают вопрос о том, что обучение будущих педагогов должно быть направлено не только на усвоение математических конструкций, но и на умение донести их до учащихся. Основное внимание уделяется роли профессиональной мотивации, культуре педагогического мышления и постоянной методической рефлексии как условиям успешного овладения курсом математического анализа и последующего преподавания. Делается акцент на важности инновационных методов в подготовке педагогов: использование задач на функциональную грамотность, контекстных заданий и электронных ресурсов [11].

Авторами также подчёркивается значимость содержания задач, отобранных для обучения математическому анализу. Автор указывает на то, что большая часть трудностей учащихся связана не только с методикой преподавания, но и с несоответствием сложности задач уровню подготовки учащихся, а также отсутствием системности в построении курса [12].

Методы и материалы. Исследование носит смешанный характер и сочетает количественные и качественные методы сбора, обработки и анализа данных. В качестве основного инструмента использовались анкеты, разработанные для двух целевых групп: обучающиеся старших классов и студенты (140 респондентов), проходящие курс математического (начал) анализа; учителя математики и преподаватели вузов (36 респондентов).

Анкетирование проводилось анонимно, с добровольным участием респондентов. Вопросы охватывали как предметные затруднения, так и восприятие методики преподавания, использования цифровых средств, наличие мотивации и ощущение успеха. Анкеты содержали как закрытые (шкальные), так и открытые вопросы. Результаты анкетирования рассматривались в разрезе стажа работы, уровня квалификационной категории и образования.

Количественные данные кодировались (1 – согласен, 2 – частично, 3 – не согласен) и обрабатывались с использованием методов описательной статистики (средние значения, медианы, частоты). Также рассматривалось сравнение между восприятиями учащихся и учителей. Качественные данные из открытых ответов были проанализированы методом тематического контент-анализа: выделялись повторяющиеся идеи, категории трудностей, предложения.

Ограничением исследования является небольшое число респондентов и возможная вариативность уровня преподавания в разных школах и вузах. Однако, полученные данные дают представление о ключевых трудностях, характерных для казахстанского контекста обучения началам математического анализа.

Результаты и их обсуждение. Результаты анкетирования учителей математики позволили выявить широкий спектр затруднений и представлений, имеющих значение для подготовки будущих педагогов. Как показали результаты анкетирования большая часть учителей считают, что начала математического анализа должно изучаться в школе и это поможет получить достаточный объем знаний для обучения в вузе, при этом присутствует сомнение о достаточном количестве часов на изучение. Несмотря на это, педагоги отмечают, что в учебной программе присутствуют темы, которые больше подходят для изучения в университете (таблица 1).

Таблица 1 – Распределение ответов педагогов

Утверждение	Не согласен	Частично согласен	Согласен
Начала математического анализа необходимо преподавать в курсе алгебры	2	10	24
На изучение курса начал математического анализа дается достаточное количество часов	4	14	18
Использование компьютерных технологий, цифровых инструментов облегчает изучение тем начал математического анализа	1	10	25
В курсе начал математического анализа дается необходимый объем знаний для подготовки к университету	3	10	23
В курсе начал математического анализа содержатся темы, которые лучше изучать в университете, а не в школе	1	11	24

Источник: разработан авторами

Анализ закрытых и открытых ответов показал, что наиболее остро воспринимаемыми проблемами остаются сложность содержания, недостаточность времени и нехватка

методической подготовки, особенно среди учителей с небольшим стажем и низкой квалификационной категорией. Утверждение о том, что некоторые темы курса начал математического анализа слишком сложны для понимания школьниками, набрало высокий уровень согласия, это показывает обеспокоенность педагогов абстрактностью и теоретической насыщенностью курса. Действительно, темы, связанные с пределами, производными и интегралами, требуют высокого уровня математической подготовки, а также особых дидактических подходов, позволяющих ученикам формировать представление о ключевых понятиях.

Почти половина респондентов частично согласны с тем, что времени, отведенного на преподавание математического анализа, недостаточно для формирования глубокого понимания у учеников. Этот фактор нередко приводит к поверхностному усвоению материала и затрудняет применение знаний в новых контекстах, в том числе при подготовке к вступительным экзаменам в вуз.

Интерес вызывает восприятие цифровых технологий и искусственного интеллекта. Почти все респонденты выразили согласие с тем, что такие инструменты могут облегчить обучение началам математического анализа. Это подтверждает актуальность интеграции цифровых ресурсов в подготовку будущих учителей и создание обучающих платформ, визуализирующих абстрактные понятия. Однако наблюдается и определённая дифференциация: молодые учителя чаще воспринимают цифровые технологии как необходимую поддержку в условиях нехватки опыта, тогда как опытные педагоги рассматривают их как расширение методического арсенала. Подобное различие требует учета при проектировании образовательных программ как подготовки педагогов в университете, так и курсов повышения квалификации.

Анализ различий по стажу (рисунок 1) и уровню квалификационной категории (рисунок 2) позволяет сформулировать ряд выводов, имеющих значение для реформирования подготовки педагогов. Молодые учителя, особенно со стажем менее 5 лет, выражают неуверенность в преподавании математического анализа, затрудняются в объяснении трудных тем и чаще оценивают курс как чрезмерно перегруженный. Они нуждаются в наставничестве, методических рекомендациях и кейсах по обучению конкретным разделам. Педагоги со средним стажем, как правило, демонстрируют критичность к существующим условиям, акцентируя внимание на недостатке часов и ограниченности ресурсов. В то же время учителя с опытом более 15 лет демонстрируют большую методическую гибкость, лучше адаптируются к условиям и чаще используют дифференцированные подходы, что указывает на потенциал создания модели «учитель-наставник» в рамках подготовки будущих педагогов.

Продолжая анализ трудностей, обозначенных учителями, становится очевидным, что они не ограничиваются только восприятием содержания учащимися, но во многом связаны с профессиональными затруднениями самих педагогов. В анкетах респонденты указывали конкретные темы, вызывающие наибольшие сложности, при этом частотность упоминаний позволяет выявить содержательные и методические «узкие места» в преподавании начал математического анализа.

Прежде всего, наибольшее число затруднений связано с темами, требующими высокого уровня абстрактного мышления и понимания процессов. Это, в первую очередь, дифференциальные уравнения, пределы функции, интегралы (неопределённые и определённые), а также применение производной к решению практических задач. Учителя указывают, что сложность этих тем обусловлена содержательной насыщенностью. Сопоставление тем затруднений с уровнем образования показало, что магистры чаще выделяют методологические сложности: применение математического анализа к решению прикладных задач, постановка проблемных вопросов. В то время как бакалавры в большей степени фокусируются на содержательных трудностях, не всегда конкретизируя их. Это может указывать на различия в методологической подготовке и осмыслении дидактических задач преподавания математического анализа.

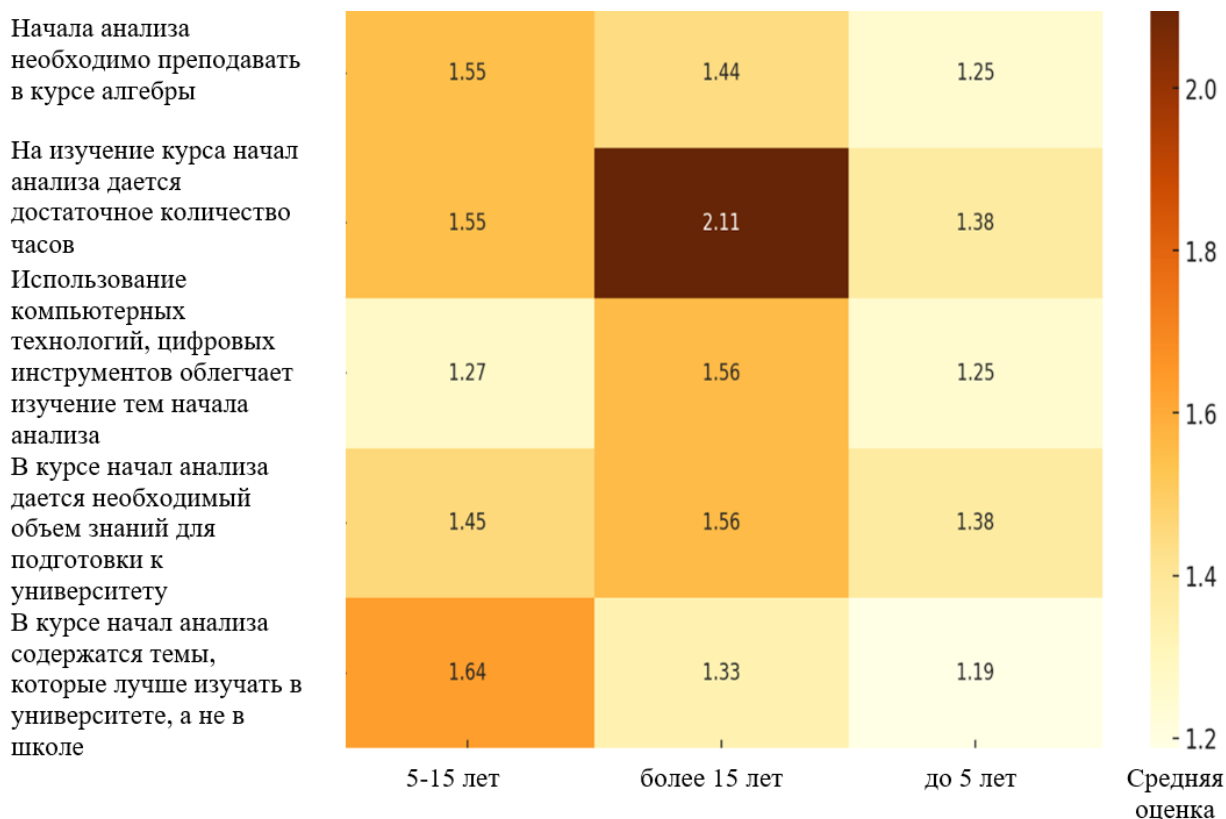


Рисунок 1. Распределение мнений учителей о трудностях преподавания начал математического анализа в зависимости от педагогического стажа

Источник: разработан авторами

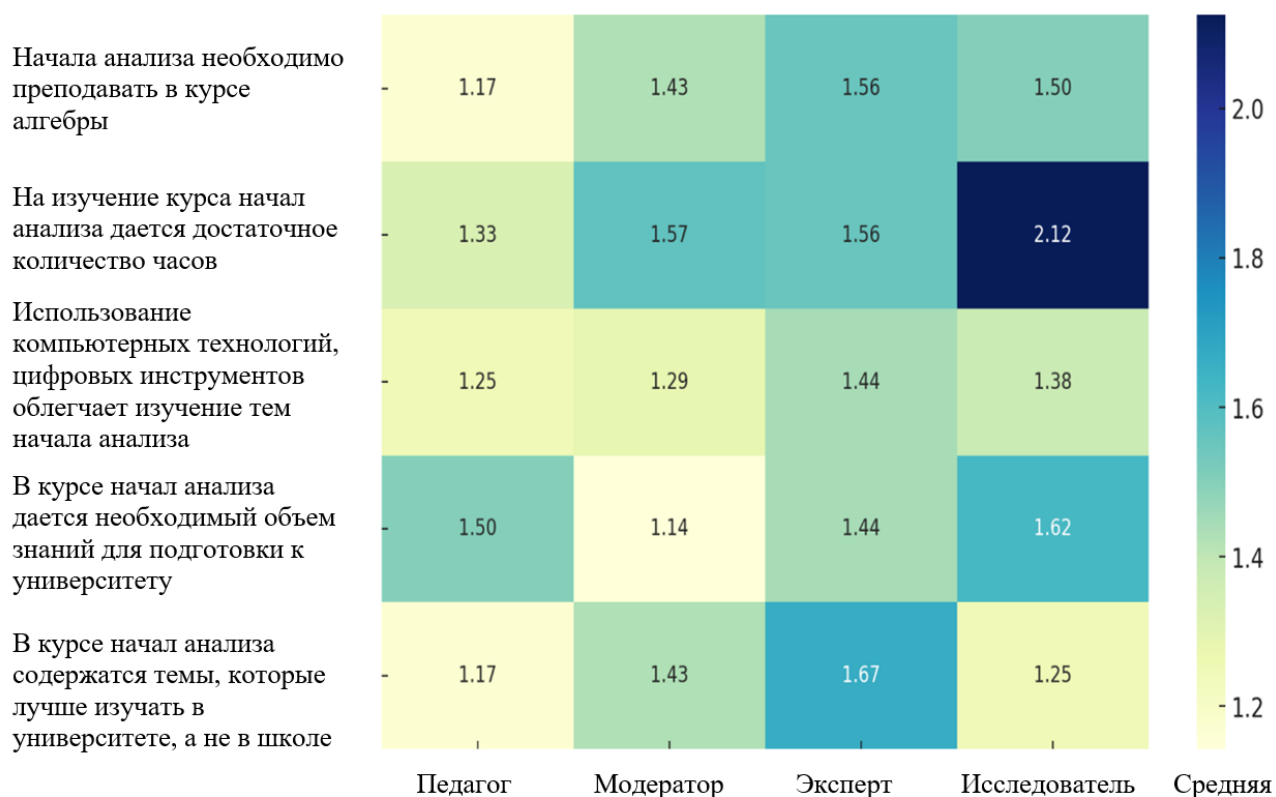


Рисунок 2 – Распределение ответов учителей о трудностях преподавания начал математического анализа по уровням квалификационной категории

Источник: разработан авторами

Педагогический стаж также влияет на восприятие сложности тем. Молодые учителя (до 5 лет) чаще всего затрудняются с объяснением базовых понятий, таких как предел или неопределённый интеграл, и отмечают трудности в подборе задач и формулировке доступных объяснений. Педагоги со стажем от 10 лет и выше чаще отмечают системные проблемы: отсутствие современных учебно-методических комплексов, недостаток материалов на казахском языке, а также сложность в адаптации содержания к различным уровням учеников. Такие педагоги нуждаются скорее в обновлении методических подходов и обеспечении доступа к современным образовательным ресурсам.

Таким образом, анализ открытых ответов позволяет не только конкретизировать проблемные темы, но и выявить различия в потребностях профессионального развития педагогов. Эти данные становятся основой для последующего этапа исследования – формулирования методических рекомендаций по подготовке и поддержке учителей, преподающих основы математического анализа.

Анализ данных, полученных в результате анкетирования обучающихся, позволяет провести сравнительный обзор восприятия трудностей в обучении началам математического анализа с позиции учителей и обучающихся. Это сопоставление представляет особую ценность, так как позволяет выявить зоны расхождения и точки, требующие методического усиления в системе подготовки педагогов.

Учащиеся в первую очередь отметили сложности (рисунок 3) в таких темах, как решение дифференциальных уравнений (более 80 респондентов), неопределённый интеграл и методы интегрирования (более 70 респондентов), а также применение производной и определённого интеграла (34 респондента). Эти темы требуют не только технической грамотности, но и глубокого понимания смысла математических понятий, умения интерпретировать задачи, что часто вызывает затруднения. Учителя, в свою очередь, подтвердили, что именно пояснение абстрактных понятий и связь между разделами математического анализа вызывает у них трудности при объяснении материала. Однако, педагоги чаще фокусировались на недостаточной подготовке учащихся по алгебре, отсутствии мотивации и нехватке времени на практике.

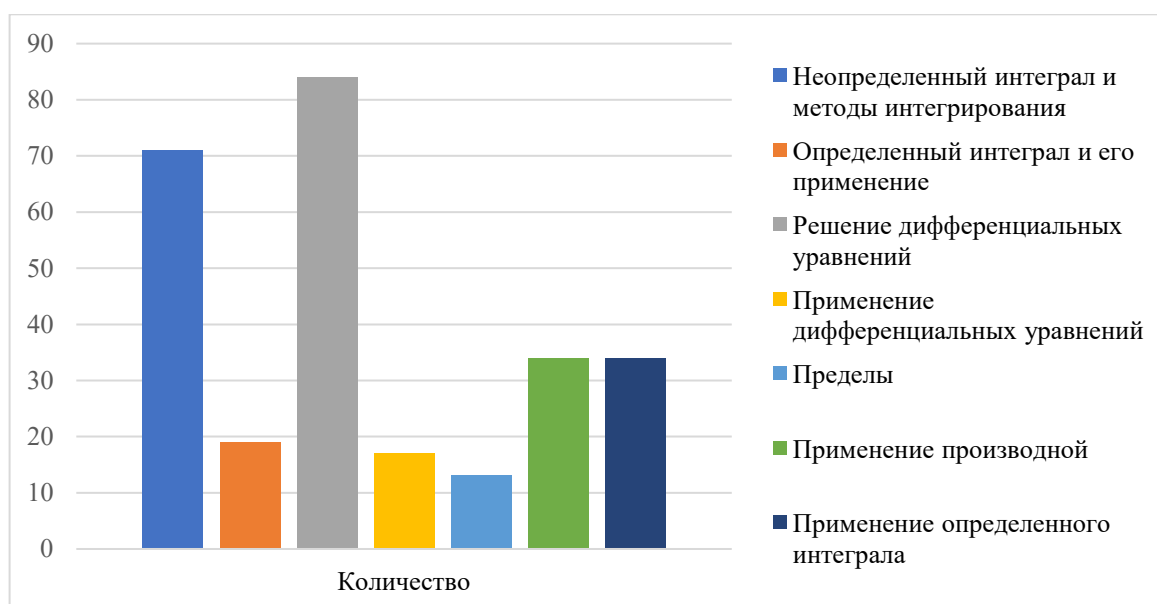


Рисунок 3 – Темы курса математического анализа, вызывающие наибольшие затруднения у обучающихся
Источник: разработан авторами

Такие различия в фокусах свидетельствуют о трудностях, связанных с передачей учебного содержания. В то время как учащиеся указывают на конкретные сложные темы и недостаток понятных объяснений, педагоги нередко интерпретируют это как следствие дефицита базовых знаний и низкой учебной мотивации. Это поднимает важный вопрос о

дидактическом посредничестве: насколько будущее поколение учителей готово к разъяснению сложных тем простым языком, и в какой степени они владеют методиками поэтапного усложнения материала?

Кроме того, выявлен разрыв между самооценкой цифровой активности учителей и восприятием учащихся. Несмотря на то, что большинство педагогов отметили, что используют цифровые технологии регулярно, учащиеся в своих ответах продемонстрировали иную картину: только четверть считают, что технологии действительно часто используются на уроках. Более половины респондентов сообщили, что цифровые технологии применяются лишь иногда, а каждый пятый указал на их практически полное отсутствие. Такое расхождение может свидетельствовать как о разных интерпретациях понятия «технологии», так и о разнице в ожиданиях. То, что учитель воспринимает как использование технологий (например, демонстрация слайдов), учащиеся могут не считать полноценным цифровым инструментом, ожидая большей интерактивности и вовлечения.

Несмотря на это, большая часть учащихся отметила, что технологии оказывают положительное влияние на их мотивацию к изучению математического анализа, что подтверждает необходимость усиления подготовки будущих учителей к работе с цифровыми инструментами – особенно в контексте абстрактных тем, требующих визуализации и пошагового объяснения.

Таким образом, сопоставительный анализ показывает, что трудности преподавания и усвоения математического анализа не сводятся к содержательным или техническим аспектам, а затрагивают более глубокие уровни – коммуникации, мотивации и дидактической трансляции. Это подчеркивает важность инновационных методов подготовки будущих учителей, которые ориентированы не только на владение знаниями, но и на методы их эффективной передачи в условиях цифровой и когнитивной сложности учебной среды.

Таким образом, результаты исследования указывают на необходимость комплексного подхода к подготовке учителей по курсу «Начала математического анализа». Этот подход должен включать:

- совершенствование содержания дисциплины с учетом когнитивных особенностей школьников;
- внедрение элементов методической дифференциации в педагогические программы;
- развитие навыков визуализации и объяснения абстрактных понятий;
- системное освоение цифровых инструментов и искусственного интеллекта;
- создание механизмов поддержки молодых педагогов через наставничество и сетевое взаимодействие.

Заключение. Проведённое исследование позволило выявить ряд трудностей, с которыми сталкиваются как обучающиеся, так и педагоги при изучении и преподавании начал математического анализа в школе. Эти трудности касаются как содержания, так и методических и организационных аспектов, отражая необходимость пересмотра отдельных подходов в подготовке будущих педагогов.

Анализ ответов обучающихся показал, что значительная часть испытывает сложности с абстрактными понятиями. Причинами таких затруднений, являются сложность теоретического материала, недостаток практики и слабая связь между теорией и применением. Эти выводы подтверждаются и международными исследованиями, в которых подчёркивается, что именно абстрактность и резкое усложнение содержания по сравнению с предыдущими темами школьной математики делают математический анализ особенно трудным этапом обучения. С другой стороны, анкетирование учителей показало, что несмотря на уверенность в важности содержания курса, многие педагоги указывают на нехватку методических ресурсов, низкую подготовленность части учеников, а также на недостаточную собственную уверенность в преподавании ряда тем. Наибольшие трудности преподавания были выявлены у учителей с низкой квалификационной категорией и малым педагогическим стажем. Также

прослеживается влияние уровня образования: магистранты чаще демонстрируют высокий уровень методической подготовки.

Все эти факторы свидетельствуют о необходимости системной поддержки учителей, особенно начинающих, в вопросах преподавания математического анализа. Это может включать в себя разработку методических рекомендаций, проведение курсов повышения квалификации, создание цифровых и визуальных ресурсов для объяснения ключевых понятий.

Таким образом, выявленные трудности преподавания и обучения могут стать отправной точкой для модернизации подготовки будущих учителей математики, разработки инновационных методик преподавания математического анализа, а также повышения эффективности взаимодействия между школой, вузом и системой повышения квалификации педагогов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Bressoud D. et al. Teaching and learning calculus. – Springer Nature, 2016. – 44 с. [Electronic resource]. – URL: <https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/27707/1002299.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения: 05.09.2025)

2 Tall D. (ed.). Advanced mathematical thinking. – Kluwer Academic Publishers, 2002. – 289с. [Electronic resource]. – URL: clck.ru/3Pa86a (дата обращения: 05.09.2025)

3 Vinner S. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics // In: Tall, D. (eds) Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library. - Springer, Dordrecht, 2002. – Vol. 11. - С. 65-81. DOI: https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5

4 Bakker A., Cai J., Zenger L. Future themes of mathematics education research: An international survey before and during the pandemic // Educational Studies in Mathematics. – 2021. – Т. 107. – №. 1. – С. 1-24. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-021-10049-w> (дата обращения: 05.09.2025)

5 Sfard A. Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing. – Cambridge university press, 2008. – 293 с. [Electronic resource]. – URL: <https://clck.ru/3Pa8LS> (дата обращения: 05.09.2025)

6 Tall D., Vinner S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity // Educational studies in mathematics. – 1981. – Т. 12. – С. 151-169. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00305619> (дата обращения: 05.09.2025)

7 Di Martino P., Gregorio F., Iannone P. The transition from school to university in mathematics education research: new trends and ideas from a systematic literature review // Educational Studies in Mathematics. – 2023. – Т. 113. – №. 1. – С. 7-34. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-022-10194-w> (дата обращения: 05.09.2025)

8 Сабырханова П., Есингельдинов Б., Аширбаев Н. Преемственность в обучении дифференциальному и интегральному исчислению // Pedagogy and Psychology. – 2023. – Т. 54. – №. 1. – С. 257–266. DOI: 10.51889/2077-6861.2023.1.30.010

9 Қаратаев А., Тұяқов Е., Ибрагимов Р., Арикан А. Сандық қатарлар теориясын оқытуда студенттердің зерттеушілік қызметін қалыптастыру // Өрлеу. Үздіксіз білім жаршысы – Өрлеу. Вести непрерывного образования. – 2025. – №. 3. – С. 42–55. DOI: <https://www.doi.org/10.69927/PJFM9654>

10 Нурмухамедова Ж. М. Методическая система обучения курсу математического анализа в школе и педагогическом вузе: дис. ... доктора философии (PhD). – Алматы, 2016. – 101 с. [Электронный ресурс]. – URL: https://kaznpu.kz/docs/doc1/doc/qa/ZHANARA_NURMUKHAMEDOVA1.pdf (дата обращения: 05.09.2025)

11 Абылкасымова А. Е., Жумагулова З. А. О некоторых аспектах содержания математического образования в школе и педвузе // Наука и школа. – 2016. – №. 1. – С. 157–161. [Электронный ресурс]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-aspektah-soderzhaniya-matematicheskogo-obrazovaniya-v-shkole-i-pedvuze> (дата обращения: 05.09.2025)

12 Семенов А. Л., Абылкасымова А. Е. Подготовка будущего учителя математики – ключ к изменениям // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. – 2024. – №. 2. – С. 9–28. [Электронный ресурс]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/podgotovka-buduschego-uchitelya-matematiki-klyuch-k-izmeneniyam> (дата обращения: 05.09.2025)

REFERENCES

1 Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2016). *Teaching and learning of calculus*. Springer Nature, 44 p. [Electronic resource]. – URL: <https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/27707/1002299.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (date of access: 05.09.2025)

2 Tall D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers, 289 p. [Electronic resource]. – URL: clck.ru/3Pa86a (date of access: 05.09.2025)

3 Vinner, S. (2002). The role of definitions in teaching and learning mathematics. In: *Tall, D. (eds) Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library*. - Springer, Dordrecht, Vol. 11, 65-81. DOI: https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5

4 Bakker, A., Cai, J., & Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: An international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics*, 107(1), 1-24. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-021-10049-w> (date of access: 05.09.2025)

5 Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 293 p. [Electronic resource]. – URL: <https://clck.ru/3Pa8LS> (date of access: 05.09.2025)

6 Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151–169. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00305619> (date of access: 05.09.2025)

7 Di Martino, P., Gregorio, F., & Iannone, P. (2023). The transition from school to university in mathematics education research: new trends and ideas from a systematic literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 113(1), 7-34. [Electronic resource]. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-022-10194-w> (date of access: 05.09.2025)

8 Sabyrhanova, P., Esinge'dinov, B., Ashirbaev, N. (2023). Preemstvennost' v obuchenii differentsial'nomu i integral'nomu ischisleniyu [Continuity in teaching differential and integral calculus]. *Pedagogy and Psychology*, 54, 1, 257-266. DOI: 10.51889/2077-6861.2023.1.30.010 [In Russian]

9 Qarataev, A., Tuyaqov, E., Ibragimov, R., Arikan, A. (2025). Sandyq qatarlar teoriyasyn oqytuda studentterdin zertteushilik qyzmetin qalyptastyru [Formation of students' research activities in teaching the theory of numerical series]. *Orleu. Uzdiksiz bilim zharshysy [Orleu. Journal of Lifelong Learning]*. 3, 42-55. DOI: <https://www.doi.org/10.69927/PJFM9654> [In Kazakh]

10 Nurmuhamedova, Zh.M. (2016). *Metodicheskaya sistema obucheniya kursu matematicheskogo analiza v shkole i pedagogicheskom vuze*: [Methodological System for Teaching the Course of Mathematical Analysis in School and Pedagogical Universities: Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD)]. Almaty, 101 p. [Electronic resource]. – URL: https://kaznpu.kz/docs/doc1/doc/qa/ZHANARA_NURMUKHAMEDOVA1.pdf (date of access: 05.09.2025) [In Russian]

11 Abylkasymova, A. E., Zhumagulova, Z. A. (2016). O nekotoryh aspektah sodержaniya matematicheskogo obrazovaniya v shkole i pedvuze [On Certain Aspects of the Content of Mathematics Education in Schools and Pedagogical Universities]. *Nauka i shkola [Science and School]*, 1, 157-161. [Electronic resource]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-aspektah-soderzhaniya-matematicheskogo-obrazovaniya-v-shkole-i-pedvuze> (date of access: 05.09.2025) [In Russian]

12 Semenov, A. L., Abylkasymova, A. E. (2024). Podgotovka budushchego uchitelya matematiki – klyuch k izmeneniyam [The Preparation of Future Mathematics Teachers as a Key to Educational Change]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 20. Pedagogicheskoe obrazovanie* [Bulletin of Moscow University. Series 20: Pedagogical Education], 2, 9-28. [Electronic resource]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/podgotovka-budushchego-uchitelya-matematiki-klyuch-k-izmeneniyam> (date of access: 05.09.2025) [In Russian]

Сабырханова П.Ш.¹, *Есингельдинов Б.Т.², Айдосова А.Е.³, Аширбаев Н.К.⁴

^{1,4} М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті

^{2,3} «Өрлеу» БАҰО АҚ «Түркістан облысы бойынша кәсіби даму институты» филиалы

^{1,4} Қазақстан, Шымкент

^{2,3} Қазақстан, Түркістан

МАТЕМАТИКАЛЫҚ АНАЛИЗ БАСТАМАЛАРЫН ОҚЫТУ: ПЕДАГОГТЕР МЕН БІЛІМ АЛУШЫЛАРДЫҢ КӨЗҚАРАСЫ

Андатпа

Мақалада педагогтер мен білім алушылардың мектеп тәжірибесінде математикалық анализ бастамалары принциптерін оқу мен меңгеруде кездесетін негізгі қиындықтары талданады. Зерттеу математика мұғалімдері мен анализ бастамаларын оқып жүрген орта мектеп оқушылары арасында жүргізілді. Авторлар білім алушыларға едәуір қиындықтар туғызатын тақырыптар: дифференциалдық тендеулерді шешу, интегралдау, сондай-ақ шек пен туынды сияқты абстрактылы ұғымдарды анықтады. Білім алушылар теориялық негіздерді түсінуде және ұғымдарды практикада қолдануда, әсіресе визуализация жеткіліксіз болғанда және нақты міндеттермен байланыста болған кезде қиындықтарға тап болатыны көрсетілген. Педагогтердің көзқарасы әдістемелік кедергілерді, соның ішінде уақыттың жетіспеушілігін, заманауи дидактикалық ресурстардың шектеулілігін, оқушылардың алдын ала дайындығының әлсіздігін және университет қабырғасындағы дайындық пен мектеп өмірі арасындағы алшақтықты одан әрі анықтауға мүмкіндік берді. Математика мұғалімдерінің еңбек өтілі, білім деңгейі және біліктілік санаты сияқты факторлардың педагогикалық қиындықтарды қабылдау мен түсіндіруге әсері талданды. ЖОО курстарының мазмұнын жаңарту, тәжірибеге бағдарланған тәсілді күшейту және жас педагогтерге жүйелі қолдау көрсету қажеттілігі туралы қорытындылар жасалды. Алынған мәліметтер әдістемелік ұсыныстарды әзірлеуде, сондай-ақ біліктілікті арттыру курстарының білім беру бағдарламаларын жобалау кезінде қолданылуы мүмкін.

Түйінді сөздер: математикалық талдау, болашақ математика мұғалімдерін даярлау, талдау негіздерін оқыту, оқыту қиындықтары, сандық технологиялар, шек, туынды, интеграл.

Sabyrkhanova P.Sh.¹, *Yessingeldinov B.T.², Aidossova A.Y.³, Ashirbayev N.K.⁴

^{1,4} M. Auezov South Kazakhstan University

^{2,3} Branch «Institute for Professional Development in Turkestan Region», JSC NCTPD «Orleu»

^{1,4} Kazakhstan, Shymkent

^{2,3} Kazakhstan, Turkestan

INTRODUCTORY MATHEMATICAL ANALYSIS IN SCHOOLS: PEDAGOGICAL AND STUDENT PERSPECTIVES

Abstract

This article analyzes the key challenges encountered by teachers and students in the process of teaching and learning the fundamentals of mathematical analysis in school settings. The study was conducted among mathematics teachers and high school students studying introductory analysis. The authors identified the topics that cause the most significant difficulties for students, including solving differential equations, integration, as well as abstract concepts such as limits and derivatives. It is shown that students experience difficulties in understanding the theoretical foundations and applying concepts in practice, especially when there are insufficient visualization and lack of connection to real-world problems. Teachers' perspectives additionally revealed methodological barriers, including time constraints, limited access to modern didactic resources, poor preliminary preparation of students, and the gap between university-level training and school-level realities. The influence of factors such as teaching experience, education level, and qualification category of mathematics teachers on their perception and interpretation of pedagogical challenges has been analyzed. Conclusions are drawn about the need to update university course content, strengthen the practice-oriented approach, and provide systematic support for novice teachers. The findings of the study can be used in the development of methodological recommendations and in the design of professional development programs for in-service teacher training.

Keywords: calculus, pre-service mathematics teacher training, teaching fundamentals of calculus, instructional challenges, digital technologies, limit, derivative, integral.

Поступила: 06.09.2025

Одобрена после рецензирования: 21.11.2025

Принята к публикации: 26.03.2026